



## Smaltimento sostanze tossiche (smaltimento)

Per costruire il processore del suo supercomputer, Luca ha acquistato 1 barile di Acido Olimpico (formula chimica  $OI_2$ ), una sostanza molto tossica, e che ora deve smaltire al minor costo possibile e senza fare danni all'ambiente. Ha a disposizione vari processi industriali che smaltiscono una sostanza, ma che possono a loro volta produrre nuove sostanze tossiche da smaltire.

Ci sono  $N$  sostanze tossiche, numerate da 0 a  $N - 1$ . Ci sono  $M$  processi industriali, numerati da 0 a  $M - 1$ . Il processo  $i$  smaltisce 1 barile della sostanza  $A_i$ , costa 1 euro, e produce  $K_i$  barili di scarto, numerati da 0 a  $K_i - 1$ , di varie sostanze. Più precisamente, il barile di scarto  $j$  del processo  $i$  è un barile di sostanza  $B_{i,j}$  (per  $0 \leq j < K_i$ ).

Per alcuni processi  $i$  non ci sono barili di scarto, ovvero  $K_i = 0$ , e perciò possono essere usati per smaltire un barile della sostanza  $A_i$ , al costo di un euro, senza generare ulteriori sostanze da smaltire.

Inizialmente c'è esattamente un barile di sostanza 0 (Acido Olimpico), e nessun altro barile. Si può scegliere liberamente quali processi effettuare, quante volte, e in che ordine. Calcola il costo minimo necessario per smaltire tutti i barili.

### Implementazione

Dovrai sottoporre un unico file, con estensione `.cpp`.

📎 Tra gli allegati a questo task troverai un template `smaltimento.cpp` con un esempio di implementazione.

Dovrai implementare la seguente funzione:

```
C++ | long long smaltisci(int N, int M, vector<int> A, vector<vector<int>> B);
```

- Gli interi  $N$  e  $M$  rappresentano il numero di sostanze e di processi industriali.
- L'array  $A$ , indicizzato da 0 a  $M - 1$ , contiene in posizione  $i$  la sostanza  $A_i$  smaltita dal processo  $i$ .
- L'array bidimensionale  $B$ , indicizzato da 0 a  $M - 1$ , contiene le sostanze dei barili di scarto di ogni processo. Più precisamente, per  $0 \leq i < M$ ,  $B[i]$  è un array di dimensione  $K_i$  che contiene gli interi  $B_{i,0}, \dots, B_{i,K_i-1}$ .
- La funzione dovrà restituire il costo minimo necessario per smaltire tutti i barili. È garantito che esista una strategia che permette di smaltire tutti i barili con costo al più  $10^{15}$  euro.

Il grader chiamerà la funzione `smaltisci` e ne stamperà il valore restituito sul file di output.

### Grader di prova

Nella directory relativa a questo problema è presente una versione semplificata del grader usato durante la correzione, che potete usare per testare le vostre soluzioni in locale. Il grader di esempio legge i dati da `stdin`, chiama le funzioni che dovete implementare e scrive su `stdout`, secondo il seguente formato.

Il file di input è composto da  $M + 1$  righe, contenenti:

- Riga 1: gli interi  $N$  e  $M$ .
- Riga  $2 + i$  ( $0 \leq i < M$ ): gli interi  $A_i$  e  $K_i$ , seguiti dai  $K_i$  interi  $B_{i,0}, \dots, B_{i,K_i-1}$ .

Il file di output è composto da un'unica riga, contenente il valore restituito dalla funzione `smaltisci`.

## Assunzioni

- $1 \leq N \leq 100\,000$ .
- $1 \leq M \leq 200\,000$ .
- $0 \leq K_i \leq 100\,000$  per ogni  $i = 0, \dots, M - 1$ .
- Tutti gli  $M$  processi hanno al più  $10^7$  barili di scarto in totale (cioè  $K_0 + K_1 + \dots + K_{M-1} \leq 10^7$ ).
- Ogni processo produce al massimo un barile di scarto per ogni sostanza.
- È sempre possibile smaltire tutti i barili con costo al più  $10^{15}$  euro.

## Assegnazione del punteggio

Il tuo programma verrà testato su diversi test case raggruppati in subtask. Per ottenere il punteggio relativo ad un subtask, è necessario risolvere correttamente tutti i test che lo compongono.

- **Subtask 1 [ 0 punti]**: Casi d'esempio.
- **Subtask 2 [ 6 punti]**:  $N \leq 10$  e i numeri  $A_0, A_1, \dots, A_{M-1}$  sono distinti tra loro.
- **Subtask 3 [ 5 punti]**:  $N \leq 10$ .
- **Subtask 4 [10 punti]**: I numeri  $A_0, A_1, \dots, A_{M-1}$  sono distinti tra loro.
- **Subtask 5 [12 punti]**:  $K_i \leq 1$  per ogni  $0 \leq i < M$ .
- **Subtask 6 [18 punti]**: Non esiste una sequenza di processi che permette di ottenere un barile della sostanza  $i$  a partire da un barile della sostanza  $i$ , per ogni  $0 \leq i < M$ .
- **Subtask 7 [30 punti]**:  $N \leq 10\,000$ .
- **Subtask 8 [19 punti]**: Nessuna limitazione aggiuntiva.

## Esempi di input/output

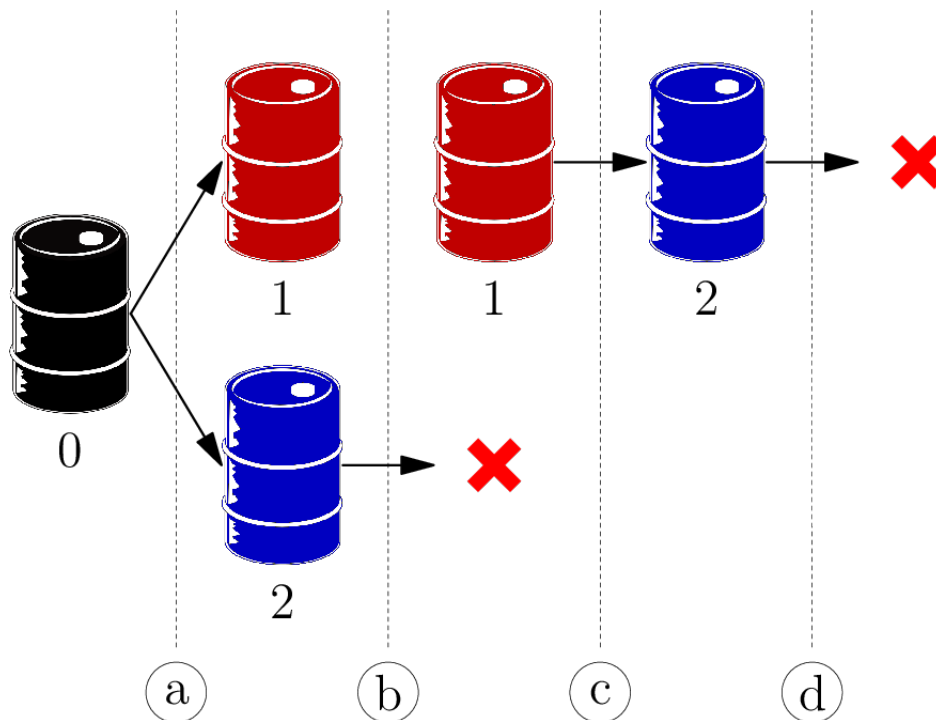
| stdin  | stdout |
|--|--------|
| 3 4<br>1 1 2<br>1 2 0 2<br>0 2 1 2<br>2 0  | 4      |
| 6 12<br>0 1 2<br>0 2 2 4<br>1 1 4<br>1 0<br>2 1 0<br>2 4 1 3 4 5<br>3 1 1<br>4 1 2<br>4 1 5<br>5 1 2<br>5 1 3<br>5 1 1 | 10     |

## Spiegazione

Nel **primo caso di esempio** è possibile procedere nel seguente modo:

- si usa il processo 2 per smaltire un barile (l'unico inizialmente presente) di sostanza 0, producendo un barile di sostanza 1 e un barile di sostanza 2;
- si usa il processo 3 per smaltire un barile di sostanza 2, senza produrre nessuna sostanza di scarto;
- si usa il processo 0 per smaltire un barile di sostanza 1, producendo un barile di sostanza 2;
- si usa nuovamente il processo 3 per smaltire un barile di sostanza 2, e a questo punto tutte le sostanze sono state smaltite.

Il costo di questa strategia è 4 euro, ed è possibile mostrare che non ve ne sono di migliori.



*Continua nella pagina successiva...*

Nel **secondo caso di esempio** una strategia possibile è la seguente:

- (a) si usa il processo 0 per smaltire il primo barile (di sostanza 0) producendone uno di sostanza 2;
- (b) si usa il processo 5 per smaltire il barile di sostanza 2 producendone uno di ognuna delle sostanze 1, 3, 4 e 5;
- (c) si usa il processo 3 per smaltire il barile di sostanza 1, senza nessuno scarto;
- (d) si usa il processo 6 per smaltire il barile di sostanza 3, producendo un barile di sostanza 1;
- (e) si usa il processo 8 per smaltire il barile di sostanza 4, producendo un barile di sostanza 5;
- (f) si usa due volte il processo 11 per smaltire i due barili di sostanza 5, producendo due barili di sostanza 1;
- (g) si usa tre volte il processo 3 per smaltire i tre barili di sostanza 1, senza nessuno scarto.

Il costo complessivo di questa strategia è 10 euro.

